Geleitwort

In den letzten 15 Jahren erlebte die Bolzano-Forschung eine neue Blüte. Der aktuelle Band der *Beiträge zur Bolzano-Forschung* von Stefania Centrone ist der beste Beweis dafür: In diesem Band sind sieben Arbeiten der Bolzano-Forscherin versammelt, bei denen es sich zum überwiegenden Teil um überarbeitete Fassungen von Aufsätzen handelt, die bereits in renommierten internationalen Fachzeitschriften erschienen sind. Bevor ich näher auf den Inhalt dieser Beiträge eingehe, möchte ich einen kurzen Rückblick auf die Geschichte der Bolzano-Forschung werfen und die Arbeiten von Stefania Centrone in diesen historischen Rahmen einbetten.

Nach Bolzanos Tod im Jahre 1848 kam es in wellenartigen Bewegungen immer wieder zu neuen Anläufen in der Bolzano-Forschung. Die Rede von einer Bolzano-Renaissance wurde geradezu zum geflügelten Wort; aber kaum hatte man das Wort in den Mund genommen, war der neue Aufbruch schon wieder verebbt. Mit dem Start der Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe im Jahr 1969 setzte eine gewisse Konsolidierung der Bolzano-Forschung ein: Ab diesem Zeitpunkt werden nämlich sämtliche wissenschaftlichen Quellen der Bolzano-Forschung, von denen viele bei den früheren Versuchen einer Bolzano-Renaissance noch verschlossen waren, wissenschaftlich aufbereitet und textkritisch ediert. Diese Editionsarbeit ist bekanntlich immer noch im Gange, mit ihrem Abschluss ist jedoch in den kommenden 15 Jahren zu rechnen. Für die internationale Ausbreitung der Bolzano-Forschung war es aber auch von entscheidender Bedeutung, dass eine Reihe von Bolzanos Schriften durch vorbildliche Übersetzungen (vor allem von Rolf George, Paul Rusnock und Steve Russ sowie von Carole Maigné und Jan Sebestik) einem großen Kreis von Fachleuten im englischen und französischen Sprachraum erstmals in ihrer Muttersprache zugänglich gemacht wurde.

All das erklärt aber immer noch nicht den Aufschwung, den die Bolzano-Forschung in den letzten 15 Jahren gerade auch in der jüngeren Forschergeneration erlebt hat. Dafür war es von ausschlaggebender Bedeutung, dass Bolzanos Lehren auch in die akademische Ausbildung einbezogen wurden. Zwei akademische Lehrer haben sich dabei für die Bolzano-Forschung besondere Verdienste erworben: Ettore Casari von der Universität Florenz und Wolfgang Künne von der Universität Hamburg. Es ist kein Zufall, dass Stefania Centrone, die Autorin des vorliegenden Bandes, bei beiden "in die Schule gegangen" ist und dabei eine gediegene, ja die bestmögliche Einführung in Bolzanos Philosophie vermittelt bekam.

Der inhaltliche Schwerpunkt der Arbeiten, die Stefania Centrone im vorliegenden Band vereint, ist ein – wenn nicht *das* – zentrale Thema von Bolzanos Logik: seine Lehre von Ableitbarkeit und Abfolge. Dabei ist terminologisch zu beachten, dass Bolzano den Terminus 'Ableitbarkeit' nicht (wie heute üblich) im syntaktischen Sinn verwendet, sondern semantisch (nämlich mit Hilfe des Wahrheitsbegriffs) definiert und dabei Alfred Tarskis berühmte semantische Definition des Begriffs der logischen Folge in wesentlichen Zügen vorweggenommen hat. Wenn aber ein Satz S aus einer Satzmenge M im Sinne von Bolzano ableitbar ist, heißt das noch lange nicht, daß es sich dabei auch um eine Abfolge-Beziehung handelt, dass also M auch der *objektive* Grund von S ist; dafür ist außerdem noch die Erfüllung weiterer wesentlicher Voraussetzungen erforderlich (und ob die Ableitbarkeit von S aus M dafür überhaupt eine notwendige Bedingung darstellt, lässt Bolzano dahingestellt). Karl Schröter hat bereits 1955 "das Bolzanosche und das Gentzensche Folgern" miteinander verglichen und dabei auf wichtige Gemeinsamkeiten zwischen Bolzanos semantischem Abfolgebegriff und beweistheoretischen Überlegungen herausgearbeitet.

In diesem Kontext spielen das Verbot der *metábasis eis állos génos*, die Problematik der apagogischen Beweise und die Frage nach einer angemessenen Explikation von Enthymemen eine zentrale Rolle. Mit diesen Themen beschäftigt sich Stefania Centrone in den einzelnen Beiträgen des Bandes. Neben diesen Überlegungen zu semantischen und syntaktischen Folgerungsbeziehungen kommen in zwei Beiträgen auch begriffslogische Themen zur Sprache: In einem Beitrag geht es um die Unterscheidung zwischen Klarheit und Deutlichkeit bei Bolzano und Leibniz, in einem anderen um den Kanon vom reziproken Verhältnis zwischen Begriffsumfang und Begriffsinhalt. Bolzano hat diesen klassischen logischen Kanon bekanntlich einer radikalen Kritik unterzogen. Eine grundlegende Rolle spielte dabei seine Überwindung des traditionellen Paradigmas von der konjunktiven Zusammensetzung der Begriffe. Zu den Begriffen, die keine konjunktive Struktur aufweisen, gehört auch der Begriff eines Menschen, der alle europäischen Sprachen beherrscht; der Begriff eines Menschen, der alle *toten* europäischen Sprachen beherrscht, ist jedoch nicht nur inhaltsreicher, sondern zugleich auch umfangsreicher (denn die Menge der Menschen, die alle europäischen Sprachen beherrschen, ist eine echte Teilmenge der Menschen, die alle toten europäischen Sprachen beherrschen). Die nicht-konjunktive Struktur von Begriffen nützte Bolzano auch aus, um das Kantische Kriterium der Analytizität, das bereits Thomas von Aquin propagiert hatte, durch ein Gegenbeispiel zu Fall zu bringen: Zwar sind alle Väter von Königen auch Väter, aber bei weitem nicht alle Väter von Königen sind selbst Könige; bloß deswegen, weil der Prädikatbegriff eines Satzes in seinem Subjektbegriff enthalten ist, braucht der betreffende Satz also noch keineswegs analytisch zu sein.

Die Einbeziehung von Begriffen mit einer nicht-konjunktiven Struktur bildete eine wesentliche Grundlage für den Fortschritt, der in Bolzanos logischen Auffassungen zwischen seiner Frühschrift, den *Beyträgen zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik* (1810), und seinem logischen Hauptwerk (der *Wissenschaftslehre* von 1837) erfolgte. Aus diesem Grund ist es von besonderem Wert, dass Stefania Centrone in drei von ihren Beiträgen auch ausdrücklich Bolzanos Auffassungen aus den *Beyträgen* zur Sprache bringt und mit seinen späteren Auffassungen in der *Wissenschaftslehre* vergleicht. So bieten die in diesem Band gesammelten Studien einen wichtigen und gediegenen Beitrag zur Erforschung der Logik Bernard Bolzanos.

Salzburg, im März 2015 Edgar Morscher

Vorwort

Mein Interesse für Bolzano verdankt sich vor allem meinen Studien zum frühen Husserl. Im ersten Band seines Hauptwerks, der *Logischen Untersuchungen* (1901), preist Husserl "Bolzanos *Wissenschaftslehre* aus dem Jahre 1837" als "ein Werk, das in Sachen der logischen 'Elementarlehre' alles weit zurückläßt, was die Weltliteratur an systematischen Entwürfen der Logik darbietet" (*Proleg*. 255). Je mehr ich in Husserls logischen Objektivismus eindrang, desto mehr bekam ich den Eindruck, dass viele seiner anscheinend originellen Ideen Vorläufer in Bolzanos Schriften haben. Ettore Casaris Vorlesungen zu Bolzanos *logischem Universum* in den Jahren 2004–2006 an der Scuola Normale Superiore zu Pisa lieferten einen weiteren Impuls für eine eingehende Beschäftigung mit Bolzano. Ihm bin ich vor allen anderen zu großem Dank verpflichtet.

Mit der eigentlichen Arbeit an den Aufsätzen begann ich während der Zeit meines Humboldt-Stipendiums zum Thema "Logical Objectivism, Inference, and 'Foundational' Proof" im Wintersemester 2008–2009 an der Universität Hamburg. Ich bedanke mich daher bei der Alexander-von-Humboldt-Stiftung, die diese Studien ermöglicht hat, meinem wissenschaftlichen Gastgeber und damaligen Präsidenten der Internationalen Bolzano Gesellschaft, Wolfgang Künne, sowie dem Philosophischen Seminar Hamburg, das mir gestattete, über die in den Aufsätzen behandelten Themen zu unterrichten.

Ein besonderer Dank geht an die Altonaer Stiftung für philosophische Grundlagenforschung (ASFPG), die mir mit einem Stipendium vom Januar bis Juni 2011 die Fortsetzung der Arbeit an den Texten ermöglicht hat. Darüber hinaus hat die ASFPG sowohl die Publikationskosten für diesen Band als auch die Kosten für das Korrekturlesen gänzlich übernommen, wofür ich dem Vorsitzenden Uwe Petersen und der stellvertretenden Vorsitzenden Valerie Kerruish noch einmal sehr herzlich danken möchte.

Ein besonders großes Dankeschön hat Mark Siebel verdient, der meine Forschung mehr als jeder andere unterstützt hat. Die vielen Dis-

kussionen über Bolzano mit ihm, das gemeinsame Unterrichten und das Verfassen gemeinsamer Aufsätze hat mir immer wieder wichtige Anstöße für meine Forschung gegeben.

Vielen Dank auch an Massimo Mugnai, ohne den mir die zahlreichen Zusammenhänge zwischen Leibnizens Ideen und den Überlegungen Bolzanos fremd geblieben wären, an Edgar Morscher, der mehrere Jahre lang durch seine Schriften, seine Beiträge zur Logik Bernard Bolzanos und unzählige Ratschläge "il mio maestro a distanza" gewesen ist, und an Otto Neumaier für die extreme Sorgfalt und Genauigkeit, mit der er die redaktionelle Arbeit an diesem Band ausgeführt hat. Großer Dank gebührt außerdem Maik Sühr für das aufmerksame Korrekturlesen des Manuskripts.

Zudem möchte ich in alphabetischer Reihenfolge den folgenden Forschern danken, die durch ihre Arbeit, Vorträge und Diskussionen auf verschiedene Art und Weise meine Forschung voranbrachten: Arianna Betti, Sandra Lapointe, Stephan Roski, Paul Rusnock, Benjamin Schnieder.

Für die Wiederabdrucksrechte bedanke ich mich bei den Zeitschriften *Archiv für Geschichte der Philosophie* (Aufsatz 7) *History und Philosophy of Logic* (Aufsätze 1 & 2), *Zeitschrift für philosophische Forschung* (Aufsätze 3, 5 & 6). Der mit dem Titel "Ableitbarkeit, Verträglichkeit und Enthymem" versehene Aufsatz erscheint zum ersten Mal in diesem Band.

Dieses Buch ist meinem Mann und besten Freund Pierluigi Minari gewidmet.

März 2015 Stefania Centrone

Strenge Beweise und das Verbot der *metábasis eis állo génos*. Eine Untersuchung zu Bernard Bolzanos *Beyträgen zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*

1. Einleitung

Im Jahr 1810 publizierte Bernard Bolzano, Professor der Religionswissenschaft an der Carl-Ferdinandeischen Universität zu Prag, ein Büchlein mit dem Titel *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*.[1] Es besteht aus zwei Teilen, die beide dem 'spekulativen Theile' der Mathematik gewidmet sind, d.h. der Mathematik 'als Zweig der Philosophie und Übungsmittel im richtigen Denken' (S. xi).[2] Der erste Teil, *Ueber den Begriff der Mathematik und ihre Eintheilung*, ist der Suche nach einer Definition der Mathematik und einem Einteilungsgrund für ihre diversen Zweige gewidmet, der zweite Teil, um den es in diesem Aufsatz gehen wird, ist eine Abhandlung *Ueber die mathematische Methode*.[3] Anders als in seinem Erstling, den *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* (1804), begnügt sich Bolzano in dieser seiner zweiten Publikation nicht mehr damit, programmatische Forderungen an Beweise, die in einem noch zu klärenden Sinne *streng* sind, zu richten, sondern er unternimmt den Versuch, diese Desiderata in formale Bedingungen zu verwandeln, denen deduktiv korrekte Schlüs-

1. Fortan *BM*.
2. Vgl. Bolzanos Wiederaufnahme des Themas 'Übung im richtigen Denken' in dem den Beweisen gewidmeten Teil (Bd. IV, 237–315) der *Wissenschaftslehre* (fortan: *WL*): 'In jedem Beweise, den wir den Lesern vortragen, sollen sie eine stillschweigende Aufforderung finden, ihn auch zu prüfen; und wenn sie dieß thun, *Uebung im Denken* erhalten' (*WL* IV, 237; meine Hervorh.).
3. Ich teile Paul Rusnocks Einschätzung des Büchleins: 'Despite the limitations and confusions apparent in the *Contributions* […] Bolzano succeeded in clearly showing the necessity of a complete reworking of mathematics, and also provided important elements for carrying it through' (Rusnock 2000, 31).

se aus wahren Prämissen genügen müssen, wenn sie strenge Beweise ihrer Konklusionen sein sollen.[4] Die Vertiefung der Ideen, die er dabei entwickelt, wird einen wichtigen Teil seines Hauptwerks, der *Wissenschaftslehre* (1837) ausmachen.[5]

Der erste Teil des Titels dieses Aufsatzes verweist auf die Frage: Was sind und was sollen die Beweise?[6] Ist der Beweis einer Wahrheit X ein deduktiv korrektes Argument mit der Konklusion X, das der *Gewissmachung* von X dient, oder ist er ein deduktiv korrektes Argument, das der *Begründung* von X dient?[7] Das Problem der *metábasis eis állo génos*, auf das der zweite Teil meines Titels anspielt, ist eng mit dem ersten verbunden: Strenge Beweise dürfen von keinem – in einem noch zu erklärenden Sinne – ‘ fremd(artig)en’ Begriff Gebrauch machen. In diesem Aufsatz werde ich die Schlussweisen, die nach Bolzanos Auffassung in solchen Beweisen erlaubt sind, die Typen von Propositionen, die in ihnen als

4. Anknüpfend an den Titel von Bolzano (1817) gebraucht Cavaillès (1946, 653) die von Bolzano dort in einem engeren Sinn verwendete Phrase ‘rein analytischer Beweis’ als Bezeichnung für alle strengen Beweise. Bolzano meint mit dieser Wendung Beweise von Theoremen in der mathematischen Analysis, die sich ausschließlich der Begriffe und Prinzipien der Analysis bedienen (und nicht etwa solcher der Geometrie). Für die Klarstellung dieser Sachlage danke ich einem der beiden anonymen Gutachter.
5. *WL* II, 339–391. In diesem Aufsatz werde ich auf diese späteren Ergebnisse Bolzanos nicht eingehen. (Die klassische Abhandlung dazu ist Buhl 1961; vgl. auch Paoli 1991; Mancosu 1999, 431f.; 2000, 114–116; Lapointe 2010; Centrone 2011a, 9–20, 22–25; im vorliegenden Band, 117–143.) Ich werde aber wiederholt Texte aus dem Umfeld der *BM* heranziehen: die soeben erwähnten *Betrachtungen* aus dem Jahre 1804, den zweiten Teilband der *Philosophischen Tagebücher 1803–1810* (unter dem Sigel ‘*Tgb.*’) und die *Allgemeine Mathesis,* den 1810 entstandenen Entwurf einer zweiten Lieferung für die *Beyträge*, von denen nur die erste (=*BM*) erschienen ist (unter dem Sigel: ‘*Allg. Math.*’).
6. Vgl. Casari (1987, 331).
7. Die Terme ‘Gewissmachung’ und ‘Begründung’ werden von Bolzano in der *Religionswissenschaft* eingeführt: *RW* I, 7; vgl. später *WL* IV, 261–262; *Größenlehre* 84f. Siehe hierzu u. a. Rusnock (2000, 36), Mancosu (1999, 432f.), Lapointe (2010), Centrone (2010a, 102f.; 2011a, 9–20).

Prämissen und Konklusionen vorkommen, und die Arten von Begriffen, die Bausteine dieser Propositionen sind, ausführlich erörtern.

In § 2 werde ich Bolzanos Konzeption der mathematischen Methode vorstellen und die potentiell irreführende Terminologie der *Beyträge* zur Begrifflichkeit der *Wissenschaftslehre* in Beziehung setzen. § 3 skizziert die Idee eines strengen Beweises. In § 4 versuche ich, Bolzanos Unterscheidung von Begriffstypen und seine Liste von Urteilsformen zu erklären. Vor diesem Hintergrund stellt der zentrale § 5 dann seine Konzeption der *einfachen Schlussarten* dar und bespricht einige Probleme, die mit ihrer Interpretation verbunden sind. Grundwahrheiten sind, wie Leibniz sagt, 'eines *Beweises* weder fähig noch bedürftig'[8]: In § 6 geht es um die Bedingungen, die solche Wahrheiten erfüllen müssen, und um die Frage, wie man sich davon überzeugen kann, dass eine Wahrheit sie erfüllt. In § 7 erörtere ich zunächst Bolzanos Aufbauprinzipien für strenge Beweise. Sodann bespreche ich das Problem der von Bolzano so genannten 'fremdartigen Mittelbegriffe' mit Bezug auf die von ihm vorgeschlagenen Regeln für einfache Schlüsse. Es wird sich zeigen, dass diese Schlussregeln das Verbot der *metábasis eis állo génos* – Bolzanos gegenteiliger Versicherung zum Trotz – nicht ohne Weiteres erfüllen.

2. *Eine Abhandlung über die Methode*

Im zweiten Teil der *Beyträge* nimmt Bolzano einen Grundgedanken der Leibniz-Wolff'schen Tradition wieder auf: Jeder 'wissenschaftliche Gegenstand' kann 'mathematisch' behandelt werden (38).[9] Unter einem wissenschaftlichen Gegenstand ist ein Gebiet homogener Objekte zu verstehen, die in gewissen Beziehungen zueinander stehen (man denke beispielsweise an das Gebiet der natürlichen Zahlen).[10] Bolzano erklärt,

8. Leibniz (1704, IV, 9, § 3).
9. Pure Seitenzahlen zwischen Klammern im Haupttext beziehen sich fortan immer auf *BM*.
10. Vgl. Bolzanos Entwicklung dieser Idee in *WL* I, 3–69, und die Wiederaufnahme dieser Idee in Husserls *Prolegomena zur reinen Logik* (Husserl 1900, 12 f., 227 f.).

dass die ‘mathematische’ Behandlung eines Gegenstandsgebiets und die streng wissenschaftliche Darstellung der Theorie dieses Gebiets zusammenfallen:

> “[ich] halte fest dafür, die so genannte *methodus mathematica* sey ihrem *Wesen* nach von *jedem wissenschaftlichen Vortrage überhaupt* nicht im geringsten unterschieden. Unter dieser Voraussetzung wäre nun eine Abhandlung über die mathematische Methode im Grunde nichts anders, als – Logik, und so zur Mathematik selbst gar nicht gehörig.” (38–39)

Bolzano weist der ‘methodus mathematica’ die Aufgabe zu, die objektive Abhängigkeitsbeziehung zwischen den Wahrheiten über die Gegenstände eines bestimmten Gegenstandsgebiets darzustellen. Diese Beziehungen bestehen darin, dass einige Wahrheiten die Gründe anderer sind und diese die Konsequenzen von jenen. Er schreibt:

> “So viel [...] scheint mir gewiß zu seyn: In dem Reiche der Wahrheit, d. h. in dem Inbegriffe aller wahren Urtheile herrscht ein gewisser *objectiver*, von unserer zufälligen *subjectiven Anerkennung* derselben unabhängiger *Zusammenhang*, zu Folge dessen einige aus diesen Urtheilen die Gründe anderer, und diese die Folgen jener sind. Diesen objectiven Zusammenhang [...] darzustellen, [...] scheint mir der eigentliche *Zweck* zu seyn, den wir bey einem wissenschaftlichen Vortrage verfolgen” (39–40).

Die objektiven Zusammenhänge darzustellen, die zwischen den Wahrheiten bestehen, die sich auf ein homogenes Gegenstandsgebiet beziehen, heißt, diese Wahrheiten entweder streng zu beweisen oder darzutun, dass sie eines solchen Beweises nicht fähig sind (93). Ein strenger Beweis begründet seine Konklusion im Rekurs auf seine Prämissen – er zeigt also nicht nur, *dass* sie wahr ist, sondern, *warum* sie es ist. Er ist eine Kette korrekter Schluss-Schritte, in denen wahre Prämissen und wahre Konklusion im Grund-Folge-Verhältnis stehen. Dem Rekurs auf Evidenz als Charakteristikum der Prinzipien und der Auffassung der

Beweise als Mittel zum Evidenz-Transfer setzt Bolzano sein Konzept der strengen Beweise entgegen.[11]

In unserem eingerückten Zitat spricht er von Urteilen, aber man beachte, dass er hier nicht Akte des Als-wahr-Anerkennens meint, sondern das in ihnen Anerkannte. In seiner *Wissenschaftslehre* wird er klar zwischen propositionalen Denkakten und ihren Gehalten (oder *Stoffen*) unterscheiden. Urteilsakte finden irgendwann statt, und sie sind existenz- und identitätsabhängig von denen, die sie vollziehen. Sie können Wirkungen hervorbringen, sie sind "wirklich". (In Bolzanos Mund sind das ko-extensive Prädikate.) Entitäten, die Gehalte unserer Urteilsakte werden können, sind hingegen zeitlose abstrakte Gegenstände, die unabhängig von uns existieren. Sie sind kausal impotent, sie sind nicht wirklich.[12] In der *Wissenschaftslehre* heißen sie "Sätze an sich", – ich werde sie "Propositionen" nennen. Die Gehalte von nicht-propositionalen Denkakten bezeichnet er dort als "Vorstellungen an sich" oder als "objective Vorstellungen", – ich werde sie "Begriffe" nennen.[13] Propositionen sind (letztlich) aus Begriffen zusammengesetzt, und sie sind wahr oder falsch. Eine "Wahrheit an sich" ist in der Terminologie der *Wissenschaftslehre* "ein wahrer Satz an sich" (eine wahre Proposition). Schon in dem obigen Passus aus den *Beyträgen* ist das "Reich der Wahrheit" das Reich der wahren Propositionen. Der "objektive Zusammenhang zwischen wahren Urteilen", von dem dort die Rede ist, ist nicht eine Beziehung zwischen Akten des Zu-Recht-Fürwahrhaltens, sondern eine Beziehung zwischen potentiellen Gehalten solcher Akte, zwischen wahren Propositionen.[14]

Auch bei den Vorkommnissen des Wortes 'Satz' muss die Leserin auf der Hut sein: Manchmal sind sprachliche Sätze gemeint (insbesondere solche, in denen Akte des Urteilens kundgegeben werden), manchmal

11. Vgl. *Beweis*; vgl. auch Cavaillès (1946, 653).
12. Vgl. Morscher (1973, 124–139).
13. Bolzano selbst gebraucht dieses Wort in der *WL* nur für eine Unterklasse dessen, was ich als Begriff bezeichne, aber diese Differenzierung ist für die Zwecke dieser Untersuchung nicht relevant.
14. Vgl. Rusnock (2000, 31), Roski (2010, § 1.1).

Propositionen. Letzteres z. B., wenn er vom Satz des Pythagoras spricht oder wenn er sagt: "Zuweilen kann aber ein Satz so ausgedrückt seyn, daß er den Worten nach, eine größere Allgemeinheit zu haben scheint, als ein gewisser anderer, ohne sie doch in der That zu haben. Hierdurch muß [=: darf] man sich also nicht irre machen lassen" (103). Die Rede von Begriffen ist in den *Beyträgen* ebenfalls systematisch mehrdeutig: Man muss damit rechnen, dass er damit manchmal Komponenten von Urteilsakten und manchmal Komponenten von Propositionen meint.

3. Strenge Beweise

In der Vorrede zu den *Beyträgen* klagt Bolzano über den *Mangel der Ordnung* in den verschiedenen Teilen der Mathematik, vor allem in der Geometrie:

> "[…] von was für ungleichartigen Gegenständen handeln nicht die einzelnen Lehrsätze im *Euklides*? Erstlich von *Dreyecken*, doch so, daß hier schon *Kreise*, die in gewissen Puncten sich schneiden, mitgenommen werden; darauf von *Winkeln*, von Neben- und Scheitelwinkeln; dann von der *Gleichheit* der Dreyecke; viel später erst von ihrer *Aehnlichkeit*, welche jedoch durch einen ungeheuern Umweg erst aus Betrachtung der *Parallellinien*, sogar des *Flächeninhaltes* der Dreyecke, u. s. w. hergeleitet wird! – Bedenket man aber, *tauth' hópos gégraptai toîs kairoîs kaì taîs akribeías* [wie vortrefflich und sorgfältig dies geschrieben ist][15]; erwäget man, wie jeder folgende Satz bey dem Beweise womit, *Euklides* ihn versieht, der ihm vorher gehenden ganz nothwendig bedarf: so sollte man wohl auf den Gedanken gerathen, der Grund jener Unordnung müsse tiefer liegen, die ganze Beweisart, die *Euklides* braucht, müsse nicht richtig seyn." (ix–x)

15. Bolzano zitiert hier aus einer Rede des Isokrates an Philipp von Makedonien (Rede V, 155) – und nicht, wie in der englischen Übersetzung (Russ 2004, 88) behauptet wird, aus einem seiner Briefe an den König.

Gebraucht man beim Beweis eines Lehrsatzes über die Dreiecke Begriffe, die – wie der des Kreises in Bolzanos Beispiel – komplexer sind als diejenigen, worüber der Lehrsatz etwas beweist, so verwendet der Beweis nicht hergehörige Begriffe (dazu bald mehr) und ist schon deshalb nicht streng – er kommt zu seinem Ergebnis, wie Bolzano sagt, auf einem *Umweg*. Es ist bemerkenswert, dass vom Vermeiden von Umwegen auch in einem der bedeutendsten Versuche der modernen Logik, ein formales Gegenstück für den Begriff des strengen Beweises zu finden, die Rede ist. In seinen *Untersuchungen über das logische Schließen* (1934–1935) versucht Gerhard Gentzen, dieses Desiderat in seinem Sequenzen-Kalkül formal einzufangen. Es ist erfüllt, so führt er aus, wenn es möglich ist, den Beweis auf eine Normalform zu bringen:

> "Die wesentlichsten Eigenschaften eines solchen Normalbeweises lassen sich etwa so ausdrücken: Er macht keine Umwege. *Es werden in ihm keine Begriffe eingeführt, welche nicht in seinem Endergebnis enthalten sind und daher zu dessen Gewinnung notwendig verwendet werden müssen.*"[16]

Schon 1804 hatte Bolzano darauf hingewiesen, dass es in der Mathematik sehr viele Beispiele von Sätzen gibt, die trotz ihrer vollkommenen Evidenz bewiesen werden:

> "Was konnte einst überflüssiger geschienen haben, als wenn Thales (oder wer sonst der Erfinder der ersten geometrischen Beweise war) sich viele Mühe gab zu beweisen, daß die Winkel an der Grundl[inie] des gleichsch[enklichten] Dreiecks gleich seyen, da dieß doch dem gemeinsten Menschenverstande offenbar ist [?]"[17]

Bolzano unterscheidet zwei Arten von Beweisen[18]: In einem weiteren

16. Gentzen (1934–1935, 177 (meine Hervorh.); genauso: 196).
17. *Betrachtungen* III–IV. Vgl. *BM* 40 f.; 60; *WL* IV, 241 Anm.; 261 f.
18. Über diese zwei Arten von Beweisen auch *WL* IV, 237, 261–263; *Größenlehre* 83–86. Zum Ursprung dieser Unterscheidung vgl. u. a. Aristoteles,

Sinne ist jede Kette korrekter Schluss-Schritte, durch die eine Wahrheit "erkennbar und einleuchtend" gemacht wird, ein Beweis dieser Wahrheit. "In diesem *weitesten* Verstande lassen sich *alle* wahren Sätze, von welcher Art sie immer seyn mögen, beweisen" (64). Im "*engeren* (*wissenschaftlichen*)" Sinne, ist aber der Beweis einer Wahrheit "die Darstellung der *objectiven Abhängigkeit* derselben von *anderen Wahrheiten*" (loc. cit.). Thales "zweifelte gar nicht, *daß*" die Winkel an der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks gleich seien, "sondern nur wollte er wissen, *warum* der Verstand diesen nothwendigen Ausspruch thue".[19]

Fragt man nun, welche Merkmale die strengen Beweise kennzeichnen, so erwartet man, dass es sich um bestimmte Anforderungen (i) an die Grundsätze, (ii) an die Schlussregeln und (iii) an den Aufbau des Beweises handeln wird. Bezüglich (i) und (ii) hatte Bolzano schon in den *Betrachtungen* zwei methodologische Desiderata formuliert, die jeder streng wissenschaftliche Vortrag erfüllen muss[20]:

> "*Erstlich* stellte ich mir die Regel auf, daß ich mich durch keine *Evidenz eines Satzes* von der Verbindlichkeit los zähle, noch einen Beweis [sc. im engeren Sinne] für denselben aufzusuchen, – so lange, bis ich deutlich einsähe, daß und warum sich durchaus kein Beweis fernerhin fordern lasse. […]
> *Zweytens* muß ich anzeigen, daß ich mich auch bey einem völlig strengen Beweise noch nicht befriedigen zu dürfen glaubte, *wenn derselbe nicht aus den Begriffen*, welche die zu beweisende *thesis* enthält, *selbst hergeleitet ist*, sondern sich vielmehr irgend eines

An. Post., I, 13; Thomas von Aquin, *Summa Theologiae* I, quaestio 2, art. 2. Centrone (2011a, 9–11) geht auf Bolzanos Wiederaufnahme der traditionellen Unterscheidungen zwischen Beweisen, "die nur das *hóti*, d. h. daß etwas [der Fall] ist, darthun, und solche, die das *díhoti*, d. h. das Warum angeben" (*WL* II, 341; IV 262) ausführlich ein. Vgl. auch Casari (1987, 331f.), Hafner (1999, 390), Mancosu (1999, 432f.), Paoli (1991, 225), Roski (2010, § 1), Rusnock (2000, 36), Sebestik (2010, 2–3).

19. *Betrachtungen* iv.

20. *Betrachtungen* ii–iii; iv–v. Vgl. dazu den erhellenden Kommentar in Behboud (2000, 5–10).

zufälligen, fremdartigen [!] *Mittelbegriffes* bedient, welches allemal eine fehlerhafte *metábasis eis állo génos* ist."

In Anforderung (ii) spielt Bolzano auf das Verbot des "Hinübergehens in eine andere Gattung" in Aristoteles' Theorie der deduktiven Wissenschaften an.[21] Hinter der Rede von "fremdartigen" Mittelbegriffen steht vielleicht die lateinische Bezeichnung des Metábasis-Verbots als Verbot einer (*probatio*) *per aliena et remota*.[22]

Anforderung (iii) wird erst in den *Beyträgen* ausführlich erörtert. Es handelt sich um das Desiderat, dass die Konklusion eines strengen Beweises, (a) "weniger allgemein" und (b) "komplexer" als die Prämissen sein soll: ein strenger Beweis schreitet "*von* dem Allgemeinen zu dem Besondern" (102–103) und vom Einfacheren zum Zusammengesetzteren fort.

Im Folgenden werde ich auf alle drei Anforderungen eingehen. Vorher muss ich aber, die Konzeption der Begriffe und Urteile darstellen und erläutern, die Bolzanos Bestimmung elementarer Schlussweisen und seiner Formulierung der methodologischen Desiderata zugrunde liegt.

4. Begriffs- und Urteilstypen

4.1. Begriffe

Bolzano verwendet die Schemata 'S ist P' und 'A ist B' als Platzhalter sowohl für Sätze wie 'Caius ist ein Mensch' als auch für solche wie 'Jeder Menschen ist sterblich'.[23] Im Prinzip wird diese Auffassung auch in der *Wissenschaftslehre* beibehalten: Dort vermutet er von dem Schema 'A hat

21. Aristoteles, *An. Post.*, I, 7: 75a38–b20. Vgl. auch *Tgb.* 202, *Beweis* 6 und *WL* IV, 297 (mit ausdrücklichem Hinweis auf Aristoteles).

22. Im Kontext der Beweistheorie, insbesondere im Kontext von Gerhard Gentzens 'analytischen Kalkülen', wird eine neue Lesart dieser Problematik gegeben.

23. Vgl. etwa *BM* 65.

(die Beschaffenheit) b' sogar[24], dass es *alle* Propositionen abdeckt. Die singulären Propositionen werden in beiden Werken an die generellen assimiliert: Dass der Prädikat-Begriff auf jeden Gegenstand zutrifft, der unter den Subjekt-Begriff fällt, gilt ja auch dann, wenn genau ein Gegenstand unter den Subjekt-Begriff fällt.[25] Um der Vereinheitlichung des Symbolismus willen werde ich im Folgenden – außer in Zitaten und bei Anspielung auf die traditionelle Logik – tun, was auch Bolzano in *BM* 114 ff. und an anderer Stelle tut: Ich werde statt 'S' und 'P' die Buchstaben 'A' und 'B' verwenden.

4.1.1. *Einfache und zusammengesetzte Begriffe, Erklärungen und der Term-Verknüpfer 'cum'*[26]

Bolzano unterscheidet zwischen einfachen und zusammengesetzten Begriffen. Nur für letztere ist eine Erklärung (*definitio*) möglich. Einfache Begriffe, "d. h. solche, die sich nicht in zwey oder mehrere von einander, und von dem zu theilenden selbst verschiedene, Bestandtheile zerlegen lassen" (43), können nicht definiert werden. Unter einer Erklärung versteht Bolzano in den *Beyträgen* wie auch später in der *Wissenschaftslehre*, die "Angabe der nächsten (zwey oder mehreren) Bestandtheile, aus welchen ein gegebener Begriff zusammen gesetzt ist" (42–43). In diesem Sinne formuliert man mit 'Ein Rüde ist ein männlicher Hund' eine angemessene Erklärung des Begriffs, der durch das Wort 'Rüde' ausgedrückt wird. Die allgemeine Form einer Erklärung ist:

a, welches α ist, ist A; oder: *(a cum α) = A*.

(Merkwürdigerweise schreibt Bolzano das Definiens vor das Definiendum, was logisch natürlich keinen Unterschied macht.) Das Schema für Erklärungen, in denen das Definiens die Form 'a, welches nicht α ist' hat, notiert er so:

24. *Übersicht* 48.
25. *WL* I, 248–250; II, 264, 400. Vgl. Künne (2001, 236).
26. Vgl. Rusnock (2000, 39), Centrone (2010b, 312 f.), Roski (2010, § 1.1).

(a cum non α) = *A*; oder kurz: *(*a *sine α)* = *A*.[27]

In (1) und (2) “darf weder a, noch α für sich allein = A sein” (43), und die Begriffe a und α müssen verschieden sein.

Hiermit ist nun auch die Interpretation des Operators ‘cum’ festgelegt. Wenn der Schemabuchstabe ‘α’ auch durch Ausdrücke für negative Begriffe ersetzt werden darf, können wir sagen: Der *Begriff*, den ein Term der Form ‘(ein) a, welches α ist’ *alias* ‘a cum α’ ausdrückt, ‘ ist ein Begriff, der aus einem Genus-Begriff, den der Term in der ‘a’-Position ausdrückt, und einem anderen Begriff, den der Term in der ‘α’-Position ausdrückt, so zusammengesetzt ist, dass er mit dem Spezies-Begriff zusammenfällt, den ‘A’ ausdrückt. Die *Extension* eines Terms der Form ‘(ein) a, welches α ist’ *alias* ‘a cum α’, ist der *Durchschnitt* der Klasse der Dinge, auf die der Term in der ‘a’-Position zutrifft, und der Klasse der Dinge, auf die der Term in der ‘α’-Position zutrifft, also die Klasse der Gegenstände, auf die *beide* Terme zutreffen. Ich werde Bolzanos mit ‘cum’ gebildete Ausdrücke deshalb fortan durch Ausdrücke ersetzen, die mit Hilfe des mengentheoretischen Durchschnittsoperators ‘$\cap$’ gebildet sind.[28] Die diesen Operator flankierenden Ausdrücke sind singuläre Terme, die Begriffsextensionen, also Klassen bezeichnen. Daraus resultiert eine hoffentlich harmlose Zweideutigkeit im Gebrauch der Terme (und der Buchstaben, die ihre Platzhalter sind): Die beiden Wörter, die in ‘eine Ente, welche männlich ist’ als generelle Terme fungieren, sind in ‘Ente $\cap$ Männlich’ singuläre Terme, nämlich Abkürzungen für ‘{x: x ist eine Ente}’ bzw. ‘{x: x ist männlich}’. (Diese Art von Ambiguität durchzieht auch Bolzanos Text.)[29]

Stehen die Extensionen zweier Begriffe a und A im Genus-Spezies-Verhältnis, so kann sich zweierlei ergeben:

27. Bolzano denkt hier an diejenigen Begriffe, die er in der *WL* ‘theilweise verneinend’ nennen wird (*WL* I, 417). Mehr dazu unten § 4.1.3.
28. Ich habe inzwischen gesehen, dass das auch Jan Berg in Berg (2009, 13) und in seinen vielen Fußnoten zum Text der auf Probleme der *BM* Bezug nehmenden *Tgb.* tut.
29. Der vorangegangene Absatz verdankt Wolfgang Künnes Insistenz auf Genauigkeit sehr viel.

(i) Entweder ist es möglich, einen vom Genus-Begriff und vom zu definierenden Begriff A verschiedenenen *differentia specifica*-Begriff α zu finden, der in der cum-Kombination mit a den Spezies-Begriff A ergibt – in diesem Fall verfügt man über eine Erklärung von A, welche die oben betrachtete Form hat, z. B. ‘Ein Enterich ist eine Ente, welche männlich ist’;

(ii) oder dies ist nicht möglich – in diesem Fall befinden wir uns in der folgenden Situation (in Bolzanos eigenen Worten): “[W]as zu dem allgemeinern Begriffe *hinzukommen* muß, damit der engere daraus hervor gehe, [ist] nicht für sich selbst *darstellbar*” (47). Der Begriff A ist einer Definition nicht fähig, – er ist einfach. Dennoch kann seine Extension zu der eines anderen Begriffs im Spezies-Genus-Verhältnis stehen. Bolzano erörtert anhand eines (nicht sehr überzeugenden[30]) Beispiels, was er mit “nicht für sich selbst darstellbar” meint: “Versucht man z. B., von dem Begriffe eines räumlichen Gegenstandes, als *generis proximi* = **a**, zu dem Begriffe eines Punctes = **A** in Form einer Definition herab zu steigen; so wird man inne werden, daß das Merkmahl, das man zu a hinzu fügen muß, um **A** zu erhalten, kein anderes ist, als der Begriff eines Punctes selbst = **A**, welchen man definiren wollte” (48). Hier ist ein m. E. plausibleres Beispiel, das sich ebenfalls bei Bolzano findet[31]: Versucht man z. B., vom *genus proximum*-Begriff eines möglichen Gegenstandes zum Spezies-Begriffe eines wirklichen Gegenstandes in Form einer Definition herabzusteigen, so wird man innewerden, dass der Begriff, den man zu jenem hinzufügen muss, um diesen zu erhalten, kein anderer ist als

30. Warum ich es nicht überzeugend finde, führe ich in Centrone (2010b, 313 f.) aus.

31. Vgl. *Allg. Math.* 32; und insbesondere *WL* I, 291: “So wird […] in der Lehre von den Eintheilungen nur von dem Falle gesprochen, wo die durch Eintheilung erhaltenen Begriffe aus dem eingetheilten und noch einer näheren Bestimmung zusammengesetzt sind; was doch nicht immer seyn muß, weil ein Begriff, der einem andern untergeordnet ist, z. B. der des Wirklichen, der unter dem des Möglichen stehet, nicht immer aus diesem zusammengesetzt seyn muß”. Hierzu vgl. auch Künne (2001, 214 f.), Centrone (2010b, 313 f., 328–329).

der Begriff eines wirklichen Gegenstandes selbst, den man definieren wollte.

In einer Erklärung oder Analyse eines Begriffs muss das Analysandum aus “wenigstens zwey Bestandtheilen” zusammengesetzt sein, “die *jeder für sich gedenkbar sind*” (47). Bolzano fügt hinzu, dass “jede echte Eintheilung nur dychotomisch seyn könne” (56–57): ‘[E]ine echt wissenschaftliche Eintheilung [entsteht] nur dann, wenn man zu einem gewissen Begriffe […] (*dem einzutheilenden*) einen gewissen zweyten […] (*den Eintheilungsgrund*), welcher mit [jenem] vereinbarlich seyn muß, jetzo hinzuthut [s. o. Form (1)], und jetzo ihn davon ausschließt [Form (2)]” (loc. cit.). Hiermit wird die Klasse der Dinge, die unter den Gattungsbegriff [a] fallen, in zwei Unterklassen eingeteilt, in diejenige der Dinge, die unter den Begriff *a cum* α fallen, und in diejenige der Dinge, die unter den Begriff *a sine* α fallen, wobei der Begriff α der sog. Einteilungsgrund ist. “Hieraus sieht man zugleich, daß die durch Eintheilung erhaltenen Begriffe […] allzeit *zusammengesetzte*, und mithin *definible* Begriffe sind” (loc. cit.).

4.1.2. *Positive und negative Begriffe*

“[E]*in wesentlicher*, nicht bloß auf der beliebigen *Wahl der Worte* beruhender Unterschied” (83) ist derjenige zwischen positiven und negativen Begriffen. Positive Begriffe sind entweder “ganz einfach” oder Zusammensetzungen begrifflicher Merkmale, in denen keines vorkommt, das die Form *non* α hat (loc. cit.). Die einfachsten negativen Begriffe repräsentiert Bolzano durch das Schema ‘Π sine A’, das er als Abbreviatur von ‘Alles, was nicht A ist’ verstanden wissen will, wobei ‘A’ für Ausdrücke positiver Begriffe steht. Aus dem, was er auf den nächsten beiden Seiten sagt, geht hervor, dass “Gegenstand welcher Art auch immer, welcher nicht A ist” (im Kontrast zu “Gegenstand der Art M, welcher nicht A ist”) eine angemessenere Interpretation wäre. Bolzano nennt die durch jenes Schema repräsentierten Begriffe auch “unbestimmte” oder “unendliche Begriffe” oder “termini indefiniti” (84). Setzen wir für ‘A’ beispielsweise das Wort ‘Löwe’, so trifft ‘Π sine A’ nicht nur auf alle Tiere zu, die keine Löwen sind, sondern auf alle

Gegenstände bis auf die Löwen (also auch auf Logiker, Lokomotiven und Logarithmen). Jedes Termpaar der Form 'A' / 'Π sine A' drückt eine begriffliche Alternative aus, die das ganze Universum erschöpft. In der Terminologie der Mengenlehre bilden die Gegenstände, auf die 'Π sine A' zutrifft, das *Komplement* der Klasse $\{x : x \in \mathrm{A}\}$, also $\{x : \neg x \in A\}$, sofern die Variable 'x' über alle Gegenstände läuft. Das mengentheoretische Gegenstück zu 'M sine A' hingegen ist die mengentheoretische *Differenz* von $\{x : x \in \mathrm{M}\}$ und $\{x : x \in \mathrm{A}\}$, also $\{x : x \in \mathrm{M}\ \&\ \neg x \in \mathrm{A}\}$, geschrieben 'M – A' und gelesen 'M ohne A'.

4.2. Urteile

Das, was eine Verbindung zweier Begriffe zu einem 'Urteil', zu einer Proposition (statt zu einem komplexeren Begriff) macht, hält Bolzano für undefinierbar (71).[32] Wie die Tradition nimmt auch er an, dass im kanonischen Ausdruck eines Urteils immer eine Kopula verwendet wird; aber er bestreitet, dass es eine univoke Kopula gibt, die bei der Formulierung jedes Urteils verwendet werden kann. Er ist vielmehr der Ansicht, "daß [… die] *Verbindungsart* der beyden Begriffe nicht bey allen Urtheilen ein und dieselbe ist, daher sie denn auch nicht mit einerley *Worte* bezeichnet werden sollte. In der Verschiedenheit dieser Verbindungsart scheint mir *der wesentlichste Unterschied der Urtheile* zu liegen" (73–74).[33] Nach seinem Dafürhalten gibt es fünf verschiedene Verbindungsarten, die durch verschiedene Kopulae ausgedrückt werden sollten, und unterscheidet demgemäß fünf Arten von Urteilen[34]:

(a) *Nothwendigkeitsurtheile*:	('A gehört zur Gattung B')
(b) *Möglichkeitsurtheile*:	('Gegenstände der Art A können zur Gattung B gehören')
(c) *Pflichtsurtheile*:	'N soll X tun',
(d) *Wahrnehmungsurtheile*:	'Ich nehme X wahr',
(e) *Wahrscheinlichkeitsurtheile*:	'A ist-wahrscheinlich B'.

32. *BM* 71; *Tgb.* 165.
33. Vgl. *Tgb.* 177, 222.
34. *BM* 74–76. Vgl. Rusnock (2000, 34f.), Roski (2010, § 1.1).

(Die Satzschemata zwischen Klammern weichen aus Gründen, die gleich zur Sprache kommen werden, von Bolzanos eigenen Formulierungen ab.[35]) Bolzanos Überlegungen sind vorwiegend auf die affirmativen Formen derartiger Urteile fokussiert; aber selbstverständlich hat jede dieser Urteilsarten auch eine negative Form (115 f.). Man sollte fairerweise berücksichtigen, dass er selbst diese Liste für provisorisch erklärt (74: "mir bisher beygefallen")[36] und dass er bei der Frage, ob es sich in der Rubrik (e) wirklich um eigene Urteilsklasse handelt, ausdrücklich seine Unsicherheit bekennt (6). In den *Beyträgen* scheint Bolzano anzunehmen, dass *empirische* Urteile teils in die Rubrik (d), teils in (e) gehören: "Urtheile, die irgend ein bloßes Seyn ohne Nothwendigkeit ausdrücken" (76), sind entweder (von ihm als Wahrnehmungsurteile klassifizierte) Selbstzuschreibungen von Erlebnissen oder aber auf ihnen basierende Wahrscheinlichkeitsurteile (vgl. *BM* 139 ff). "Urtheile […], die a) eine Nothwendigkeit, oder b) eine Möglichkeit, oder c) ein Sollen ausdrücken […], heiße ich apriorische" (141).

Ich werde mich in diesem Aufsatz (genau wie Bolzano) auf die ersten beiden Urteilsarten konzentrieren, die für seine Überlegungen in den *Beyträgen* die wichtigsten sind; denn "alle mathematischen Urtheile sind", so Bolzano, entweder "Nothwendigkeits-" oder "Möglichkeitsurtheile" (110). Zu den vielen Merkwürdigkeiten seiner Liste gehört, dass keineswegs mit allen Einsetzungsinstanzen von 'A gehört zur Gattung B', mit denen Wahres gesagt wird, notwendigerweise oder a priori Wahres gesagt wird. Bolzano war denn auch schon im Jahr des Erscheinens der *Beyträge* mit seiner Nomenklatur unzufrieden: "Die erste Art, welche wir Nothwendigkeitsurtheile genannt, würden wir jetzo lieber Gattungsurtheile nennen."[37] In der Mathematik sind die Gattungsurteile zwar immer Notwendigkeitsurteile, aber für Bolzanos Charakterisierung der vier Beweisformen ist der epistemologische und modale Status der Gattungsurteile irrelevant.

35. Die nun folgende Interpretation dieses Textabschnittes der *BM* verdankt Gesprächen mit Wolfgang Künne Entscheidendes.
36. Derselbe Vorbehalt auch in *Allg. Math.* 15.
37. *Allg. Math.* 15; vgl. *Tgb.* 248.

4.2.1. *Gattungsurteile*

Für 'Urteile' der Art (a) bietet Bolzano verwirrenderweise mehrere syntaktisch und semantisch heterogene Formulierungen an, von denen er behauptet, sie liefen auf dasselbe hinaus. Oben habe ich mich bei meiner eigenen Formulierung in (a) an einer seiner kommentierenden Bemerkungen orientiert: "Der Verbindungsbegriff in diesen Urtheilen ist der Begriff […] des *Enthaltenseyns* eines gewissen Dinges, als *Individui* oder *Art*, unter einer gewissen *Gattung*" (74).[38] Auch diese Formulierung ist nicht optimal. Erst von Frege haben wir gelernt, präzise zwischen dem Fallen eines Gegenstandes unter einen Begriff (Subsumption) und dem Untergeordnetsein eines Begriffs unter einen Begriff (Subordination)[39] und entsprechend zwischen der Beziehung eines Elements zu einer Klasse und der Inklusionsbeziehung zwischen Klassen zu unterscheiden. Ich werde die Urteile der Sorte (a) mit Hilfe des Symbols für die Klassen-Inklusion wiedergeben: '$A \subseteq B$'. Hier kann in der 'A'-Position natürlich nicht eine Individuenbezeichnung wie 'Cajus' stehen, aber statt vom 'Enthaltenseyn eines Indivdui unter einer gewissen Gattung' zu sprechen, können wir ja sagen, dass die Klasse der Gegenstände, die mit dem fraglichen Individuum identisch sind, in der fraglichen Gattung eingeschlossen ist.

4.2.2. *Eine Ankündigung*

Man bliebe wohl näher an Bolzanos Wortlaut, wenn man die in Urteilen der Sorte (a) ausgedrückte Beziehung zwischen den Klassen A und B als ein Verhältnis strikter Inklusion (also im Sinne von '$A \subset B$') ver-

38. Vgl auch *BM* 114–116. In *Tgb.* 182f. notiert er am 09.10.1809: "Sollte es denn nicht besser seyn, die Form der Urtheile die ich bisher mit vieler Unbequemlichkeit 'A enthält B' aussprach, lieber so lauten zu [la]ssen 'A ist in B enthalten' […?]' Die andere Formulierung, deren er sich in *BM* nur zu oft bedient (vgl. etwa 66–67) ist nicht nur "unbequem", sie bringt auch eine *suggestio falsi* mit sich, nämlich die, dass alle Urteile dieser Sorte (im Kant'schen Sinn) analytisch sind.
39. Vgl. dazu Künne (2010a, 219–226).