Methodus N° 8 (2016) pp. 7 - 32

Logische Folgerung in umgangssprachlichen Argumenten – eine filterlogische Definition

Christoph Schamberger/Jörg Hardy

Abstract

This paper proposes a formal definition of entailment (logical consequence) by means of a filter logic which does justice to the peculiar characteristics of ordinary language arguments. Filter logics do not accept the application of the classical Tarskian notion of entailment to arguments that are expressed in ordinary language. The proposed filter logical definition of entailment filters out some of the classically valid arguments by way of making a few extra conditions in order to restrict the set of entailments to those arguments that satisfy all conditions. Thereby, it excludes many undesirable inferences in which—above all—a false conclusion can be derived from true premises (expressed in ordinary language). In contrast to relevance logics, the proposed filter logic allows for disjunctive syllogism.

Die klassische modelltheoretische Semantik definiert „logische Folgerung" als Wahrheitstransfer: Die Konklusion folgt logisch aus der Menge der Prämissen genau dann, wenn jedes Modell der Menge der Prämissen ein Modell der Konklusion ist; in diesem Fall ist es unmöglich, dass die Prämissen wahr sind und die Konklusion falsch ist (Tarski 1936, S. 8 f.). Im Folgenden bezeichnen wir ein Argument genau dann als *klassisch gültig*, wenn es mindestens eine klassisch gültige logische Form hat, was wiederum genau dann der Fall ist, wenn jede extensionale, zweiwertige Interpretation, die den logischen Formen aller Prämissen den Wahrheitswert *wahr* zuweist, der logischen Form der Konklusion denselben Wahrheitswert zuweist. Wird die klassische Logik auf umgangssprachliche Argumente angewendet, ergibt sich allerdings eine Schwierigkeit: Die folgenden Argumente sind der obigen Definition nach klassisch gültig. Wie es scheint, folgt jedoch die Konklusion nicht aus den Prämissen. (Die logische Form eines Arguments, kurz: Argumentform, symbolisieren wir unter Verwendung des Doppelpfeils „⇒". Dieser steht für den Schluss, d. h. den Übergang von den Prämissen zur Konklusion.)

Ex falso quodlibet:

(a) $A \,\&\, \neg A \Rightarrow B$

Hilary Clinton wird di*e fünfundvierzigste Präsidentschaft der USA antreten, und sie wird diese Präsidentschaft nicht antreten. Also ist Madrid die Hauptstadt Italiens.*

(b) $\neg A \Rightarrow A \supset B$

Es ist nicht der Fall, dass *die SPD in der nächsten Bundestagswahl die absolute Mehrheit erreicht. Wenn also die SPD in der nächsten Bundestagswahl die absolute Mehrheit erreicht, dann wird Udo Lindenberg Bundeskanzler.*

(c) $\forall x \neg Fx \Rightarrow \forall x(Fx \supset Gx)$

Platon *hat*te *keine Kinder. Also waren die Kinder Platons verheiratet.*

(d) $\exists x \neg Fx \Rightarrow \exists x(Fx \supset Gx)$

Es gibt jemanden, der sich nicht in Italien aufhält. Also *gibt es jemanden, der in Brasilien ist, wenn er sich in Italien aufhält.*

Verum ex quolibet:

(e) $A \Rightarrow B \vee \neg B$

Madrid ist die Hauptstadt Italiens. Also wird Hilary Clinton die fünfundvierzigste Präsidentschaft der USA antreten, oder sie wird diese Präsidentschaft nicht antreten.

(f) $A \Rightarrow B \supset A$

Hilary Clinton wird die fünfundvierzigste Präsidentschaft der USA antreten. Wenn also Hilary Clinton auf eine Präsidentschaftskandidatur verzichtet, dann wird sie die fünfundvierzigste Präsidentschaft der USA antreten.

(g) $\forall x Fx \Rightarrow \forall x(Gx \supset Fx)$

Alle (unter den Anwesenden) sind Männer. Also sind di*e Frauen (unter den Anwesenden) Männer.*

(h) $\exists x Fx \Rightarrow \exists x(Gx \supset Fx)$

> Es gibt jemanden, der über 100 Jahre alt ist. Also: gibt es jemanden, der über 100 Jahre alt ist, wenn er unter 18 ist.

Viele Logiker nehmen solche Beispiele zum Anlass, nicht-klassische Semantiken und Kalküle zu entwickeln. Eine weniger radikale Alternative bieten Filterlogiken, die meist auf der klassischen Logik aufbauen und nur den Folgerungsbegriff neu definieren, und zwar in der Weise, dass die Konklusion aus den Prämissen genau dann folgt, wenn das Argument klassisch gültig ist und einige Zusatzbedingungen erfüllt. Die Zusatzbedingungen filtern problematische Argumente durch semantische oder syntaktische Einschränkungen aus der Menge der klassisch gültigen Argumente heraus (Priest 2008, 9.7.12). In diesem Artikel schlagen wir einen neuen Filter vor und definieren einen Begriff der logischen Folgerung eines umgangssprachlichen Arguments, kurz: umgangssprachliche logische Folgerung. Für Argumente mit modallogischen Ausdrücken wie „möglich", „notwendig", „geboten", „erlaubt" usw. müsste die Definition angepasst werden. Da wir dies aus Raumgründen nicht leisten können, beanspruchen wir hier lediglich, den Begriff der logischen Folgerung für umgangssprachliche Argumente ohne Modalausdrücke definieren zu können. Unsere Definition wird formal und präzise sein, denn es wird mit formalen Verfahren genau feststellbar sein, ob ein umgangssprachliches Argument unter die Definition fällt.

Im ersten Abschnitt erklären wir kurz, warum die oben aufgeführten Argumente (und alle weiteren Argumente mit denselben logischen Formen) keine Folgerung aufweisen. Wie wir im zweiten Abschnitt zeigen möchten, bieten andere filterlogische Entwürfe keine befriedigende Definition der umgangssprachlichen logischen Folgerung. Deshalb schlagen wir zunächst eine eigene Definition der aussagenlogischen Folgerung vor, wobei wir im dritten Abschnitt eine vorläufige Definition anbieten, die wir im vierten Abschnitt verschärfen. Den Begriff der prädikatenlogischen Folgerung stellen wir im fünften Abschnitt vor. Abschließend erörtern wir die Eigenschaften dieser Folgebeziehung.

1. Informationstransfer

In Argumenten mit widersprüchlichen Prämissen ist es unmöglich, dass sie wahr sind und die Konklusion falsch ist. Dasselbe gilt für Argumente mit logisch wahrer Konklusion. Insofern besteht in Argumenten der Form (a) und (e) ein Wahrheitstransfer, und damit liegt eine logische Folgerung im Sinne der klassischen modelltheoretischen Semantik vor. Aber folgt die Konklusion wirklich aus den Prämissen? Dagegen lässt sich einwenden, dass sich widersprüchliche Prämissen gegenseitig aufheben und überhaupt keine Information enthalten (Strawson 1952, S. 3; Tugendhat/Wolf 1983, S. 59; Hoyningen-Huene 1998, S. 125). Aus nichts folgt nichts. Deshalb vertreten einige Philosophen (z. B. Wessel 1998, S. 144) und auch Programmierer von Wissensdatenbanken (Wagner 1991) anstelle des Grundsatzes *ex falso quodlibet* den Grundsatz *ex contradictione nihil sequitur*: aus einem Widerspruch folgt nichts. Dies legt die Annahme nahe, ein Wahrheitstransfer sei für eine Folgerung zwar notwendig, aber nicht hinreichend (Scheffler/Shramko 1998, S. 230).

Im Folgenden legen wir ein anspruchsvolleres Kriterium für Folgerung zugrunde; wir nennen es das Kriterium des *Informationstransfers*: Eine Konklusion folgt genau dann aus den Prämissen, wenn der gesamte Informationsgehalt der Konklusion in den Prämissen enthalten ist, was wiederum genau dann der Fall ist, wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind: (i) Der Schluss ist nicht gehaltserweiternd (ampliativ): Die Konklusion geht inhaltlich nicht über die Prämissen hinaus, enthält also keine Informationen, die nicht schon in den Prämissen enthalten sind. (ii) Die Prämissen enthalten mindestens eine Information der Konklusion. (Für eine genauere Erläuterung des Begriffs „Information(sgehalt)" vgl. Israel/Perry 1990.) In Argumenten der Form (a) und (e) besteht demnach kein Informationstransfer, da die Prämissen und die Konklusion keine gemeinsame Information enthalten. In (a) widersprechen sich die Prämissen und enthalten keine Information. Damit geht die Konklusion inhaltlich über die Prämissen hinaus; der Schluss ist also gehaltserweiternd und verletzt Bedingung (i) des Informationstransfers. Zudem verletzt (a) die Bedingung (ii), weil die Prämisse keine Information der Konklusion enthält. Das Argument der Form (e) verletzt Bedingung (ii).

In den übrigen Argumenten der Einleitung liegt nicht einmal ein Wahrheitstransfer vor. Denn die Prämissen sind wahr oder könnten wahr sein (werden), während die Konklusionen falsch sind. Dagegen ließe sich in Anlehnung an Philon von Megara und Gottlob Frege einwenden, der logische Ausdruck „wenn – dann" sei eine Wahrheitswerte-Funktion; Bedingungssätze seien genau dann wahr, wenn das mit „wenn", „falls" oder ähnlichen Ausdrücken eingeleitete Antezedens falsch und/oder das Konsequens wahr ist. Diesem Verständnis nach ist etwa die Konklusion unseres Beispiels (b) „Wenn also die SPD in der nächsten Bundestagswahl die absolute Mehrheit erreicht, dann wird Udo Lindenberg Bundeskanzler" wahr, wenn die SPD, wie von der Prämisse behauptet, keine absolute Mehrheit erreicht. Dieser Einwand verdiente eine längere Diskussion (vgl. Schamberger 2015, 1. Kapitel; Hardy/Schamberger 2012, S. 65-67), die hier jedoch den Rahmen sprengte. Im Weiteren unterstellen wir, dass Sprecher den Ausdruck „wenn – dann" nicht bloß als Wahrheitswertefunktion verwenden; im Wenn-Teil benennen sie Ereignisse, Zustände, Zeitpunkte oder Orte, bei denen der im Hauptsatz beschriebene Sachverhalt eintritt. Die meisten assertorischen Bedingungssätze beschreiben damit einen Grund-Folge-Zusammenhang (Strawson 1986, S. 230-234, vgl. Schamberger 2015, Abschnitt 1.4). So drückt die Konklusion einen kausalen Zusammenhang zwischen dem Wahlergebnis der SPD und Udo Lindenbergs Kanzlerschaft aus. Da ein solcher Zusammenhang nicht besteht, ist sie falsch.

Selbst wenn wir bereit wären, den Ausdruck „wenn – dann" als Wahrheitswertefunktion aufzufassen, ist immer noch fraglich, ob die Argumente ohne Bedingungssatz einen Wahrheitstransfer aufweisen. Betrachten wir das Beispiel zu (c): Die Konklusion „Also waren die Kinder Platons verheiratet" setzt stillschweigend voraus, dass Platon Kinder hatte. Diese Voraussetzung ist aber nicht erfüllt, weil Platon keine Kinder hatte (die Prämisse „Platon hatte keine Kinder" ist nach heutigem Wissensstand wahr). Eine Aussage mit einer nicht erfüllten Voraussetzung ist entweder falsch (so Wessel 1998, S. 157 f.) oder ohne Wahrheitswert (so Strawson 1952, S. 18 und 173-176). Wahr ist sie jedenfalls nicht. Folglich besteht kein Wahrheitstransfer.

2. Andere Filterlogiken

In diesem Abschnitt bieten wir eine gedrängte Übersicht über die Geschichte der Filterlogik. Im Vordergrund steht die Frage, wie die verschiedenen Ansätze mit den Argumenten der Einleitung umgehen. Aufbauend auf früheren Arbeiten (Wright 1957, S. 181; Geach 1981, S. 179-181) wurde die erste filterlogische Definition der Folgerung von Timothy Smiley vorgeschlagen:

> We can formulate the definition of entailment quite simply as follows: –
>
> $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ if and only if the implication $A_1 \,\&\, \ldots \,\&\, A_n \supset B$ is a substitution instance of a tautology $A'_1 \,\&\, \ldots \,\&\, A'_n \supset B'$, such that neither $\vdash B'$ nor $\vdash \neg(A'_1 \,\&\, \ldots \,\&\, A'_n)$. (Smiley 1959, S. 240)

Diese Definition weist die typischen Merkmale einer filterlogischen Definition des Folgerungsbegriffs auf: Sie ist parasitär, d. h. sie setzt ein bestimmtes logisches System und dessen Begriff der Tautologie voraus, und sie nennt Einschränkungen, mit denen unerwünschte Tautologien herausgefiltert werden. Smileys Definition filtert allerdings nur die Argumentformen (a) und (e) heraus. In (a) $A \,\&\, \neg A \Rightarrow B$ liegt keine Folgerung vor, da jede tautologische Substitutionsbasis, aus der wir durch universelle Substitution die Formel $(A \,\&\, \neg A) \supset B$ bilden können, ein widersprüchliches Antezedens hat. Dasselbe gilt für die Argumentform (e) $A \Rightarrow B \vee \neg B$, weil jede tautologische Substitutionsbasis, aus der wir die Formel $A \supset (B \vee \neg B)$ erhalten, ein logisch wahres Konsequens hat.

Smileys Definition der Folgerung wird von Neil Tennant aufgegriffen und modifiziert:

> An entailment is a substitution instance of a perfectly valid sequent. A perfectly valid sequent is one that is (classically) valid but ceases to be so upon removal of any of its member sentences. (Tennant 1987, S. 255)

Soweit wir uns auf Schlüsse respektive Sequenzen mit genau einer Prämisse und einer Konklusion beschränken, ist Tennants Definition einer „perfectly valid sequent" extensional gleich mit Smileys Folgerungsbegriff. Wenn allerdings eine der Prämissen entbehrlich ist, so fällt die Argumentform nicht unter Tennants Definition. So ist in $A, B \Rightarrow A$ die Prämisse B in dem Sinne entbehrlich, dass die Argumentform auch ohne diese Prämisse logisch gültig wäre. Kurioserweise fällt hingegen die Argumentform $A \,\&\, B \Rightarrow A$ unter Tennants Definition. In Hinblick auf die im vorigen Abschnitt aufgezählten Argumentformen macht dies keinen Unterschied: Nur (a) und (e) werden herausgefiltert. Aufgrund mathematischer Erwägungen schlägt Tennant zudem vor, seine Einschränkung des Folgerungsbegriffs auf intuitionistisch gültige Argumentformen anzuwenden (Tennant 1987, Abschnitt 23; ders. 2005, S. 712-715). Soweit bekannt ist Tennant allerdings der einzige, der eine Filterlogiker auf Grundlage einer nicht-klassischen Logik vorschlägt.

Eine ganz andere Filterlogik ist das „System der strengen logischen Folgebeziehung“ von Alexander Sinowjew (1970, 7. Kapitel). Seien α und β aussagenlogische Formeln; $\alpha \Rightarrow \beta$ ist eine gültige Regel der strengen logischen Folgebeziehung genau dann, wenn (1) $\alpha \supset \beta$ eine Tautologie der klassischen Logik ist und (2) in β nur solche Aussagebuchstaben vorkommen, die auch in α vorkommen (ebd., S. 112; vgl. Wessel 1998, S. 142). Horst Wessel entwickelt daraus ein „System der strikten logischen Folgebeziehung“, indem er zu Sinowjews Definition noch eine dritte Bedingung hinzufügt: $\alpha \Rightarrow \beta$ ist eine gültige Regel der strikten logischen Folgebeziehung genau dann, wenn sie (1) und (2) erfüllt und (3) α keine Kontradiktion und β keine klassische Tautologie ist.

Sinowjews und Wessels Systeme filtern die Argumentformen (a) $A \,\&\, \neg A \Rightarrow B$, (b) $\neg A \Rightarrow A \supset B$, (e) $A \Rightarrow B \vee \neg B$ und (f) $A \Rightarrow B \supset A$ als ungültig heraus, weil der Aussagebuchstabe B in der Konklusion, nicht aber in den Prämissen vorkommt. Dies ist ein großer Vorteil gegenüber den Ansätzen von Smiley und Tennant. Der Nachteil ist jedoch: In Sinowjews und Wessels Systemen sind viele Instanzen der Disjunktions-Einführung ungültig. So ist zwar die Argumentform $A \,\&\, B \Rightarrow A \vee B$ eine gültige Regel der strengen bzw. strikten Folgebeziehung, weil beide Aussagebuchstaben der Konklusion in der Prämisse vorkommen, nicht aber $A \Rightarrow A \vee B$. Wessel begründet dies mit der Forderung, dass die „Menge der Sinneinheiten“ der Konklusion in jener der Prämissen enthalten sein müsse (ebd., S. 141). Diese Forderung halten wir jedoch für zu restriktiv. So können wir nicht erkennen, was an einem Argument der Form $A \Rightarrow (A \supset B) \supset B$ zu bemängeln wäre. Wer den Modus ponens akzeptiert, müsste auch in dem folgenden Argument eine Folgerung erkennen: „Mein Kollege hat hohes Fieber. Also bleibt mein Kollege heute zu Hause, falls er, wenn er hohes Fieber hat, zu Hause bleibt.“

Die Filterlogik von Gerhard Schurz und Paul Weingartner ähnelt Sinowjews und mehr noch Wessels System, lässt sich aber auch auf prädikatenlogische und auf modallogische Schlüsse anwenden. (Eine frühere Fassung findet sich in Weingartner/Schurz 1986; wir orientieren uns hier an Schurz 1991, ders. 1999, Orlowska/Weingartner 1997 und Weingartner 2000.) Schurz und Weingartner verfolgen weniger das Ziel, den Begriff der Folgerung neu zu definieren; ihr Interesse gilt vielmehr dem Begriff der Relevanz, den sie anders auffassen als die Relevanzlogiker.

> A is a *relevant conclusion* of Γ, or equivalently, the inference $\Gamma \vdash A$ is *C-relevant iff* (i) $\Gamma \vdash A$ is valid and (ii) no predicate R in A is replaceable on some of its occurrences by R^*, salva validitate of the inference. (Schurz 1999, S. 23)

Eine Konklusion ist demnach genau dann relevant, wenn der jeweilige Schluss gültig ist und in der Konklusion kein Prädikat gegen ein beliebiges anderes ausgetauscht werden kann, ohne dass der Schluss dadurch ungültig wird. Argumente mit irrelevanten Konklusionen sind nach Auffassung von Schurz und Weingartner intuitiv ungültig (im Gegensatz zu Argumenten mit irrelevanten Prämissen; vgl. Schurz 1991, S. 418; Weingartner 2000, S. 318). Insofern können wir ihre Definition der Konklusions-Relevanz durchaus als filterlogische Definition des Folgerungsbegriffs verstehen, wobei eine logische Folgerung genau dann vorliegt, wenn die Konklusion relevant ist.

Das Kriterium der Konklusions-Relevanz entspricht weitgehend den Bedingungen (2) und (3) von Wessel. Einerseits lassen sich Buchstaben der Konklusion, die nicht in den Prämissen vorkommen, *salva validitate* austauschen, andererseits erlauben widersprüchliche Prämissen und logisch wahre Konklusionen einen solchen Austausch. Der Unterschied ist vor allem, dass das Kriterium der Konklusions-Relevanz nicht für Aussagebuchstaben, sondern für Prädikatsbuchstaben gilt, was Aussagebuchstaben als Platzhalter für nullstellige Prädikate einschließt. Dadurch verletzen alle Argumentformen (a) bis (h) dieses Kriterium. Die Argumentformen (a) $A \,\&\, \neg A \Rightarrow B$, (b) $\neg A \Rightarrow A \supset B$, (e) $A \Rightarrow B \vee \neg B$ und (f) $A \Rightarrow B \supset A$ bleiben gültig, wenn wir den Aussagebuchstaben B jeweils gegen einen beliebigen anderen Aussagebuchstaben austauschen. In (c) $\forall x \neg Fx \Rightarrow \forall x(Fx \supset Gx)$, (d) $\exists x \neg Fx \Rightarrow \exists x(Fx \supset Gx)$, (g) $\forall x Fx \Rightarrow \forall x(Gx \supset Fx)$ und (h) $\exists x Fx \Rightarrow \exists x(Gx \supset Fx)$ können wir den Prädikatsbuchstaben G jeweils *salva validitate* durch einen beliebigen anderen Prädikatsbuchstaben ersetzen.

Allerdings haben auch sämtliche Instanzen der Disjunktions-Einführung keine relevante Konklusion. (Das Kriterium von Schurz und Weingartner ist in dieser Hinsicht noch restriktiver als Bedingung (2) von Sinowjew und Wessel.) Ebenso scheitert die Argumentform $A \Rightarrow (A \supset B) \supset B$ am Kriterium der Konklusions-Relevanz. Das ist misslich, denn an dieser Argumentform ist nichts auszusetzen. Schließlich wäre zu kritisieren, dass oft nur mit beträchtlichem Aufwand herauszufinden ist, ob die Prädikatsbuchstaben der Konklusion *salva validitate* gegen andere Buchstaben ausgetauscht werden können. Schurz (1999, S. 28) bietet hierfür zwar ein syntaktisches Verfahren, das jedoch umständlich werden kann.

Die größte Schwäche der Filterlogiken von Sinowjew, Wessel, Schurz und Weingartner liegt darin, dass sie in Konklusionen mit Konditional nicht unterscheiden, ob das Antezedens für die Ableitung des Konsequens erforderlich ist oder nicht. In der problematischen Argumentform (f) $A \Rightarrow B \supset A$ ist B, das Antezedens der Konklusion, für die Ableitung des Konsequens A nicht erforderlich, weil dieses unmittelbar aus der Prämisse A folgt, d. h. das Antezedens der Konklusion ist entbehrlich. Dies unterscheidet (f) von der akzeptablen Argumentform $A \Rightarrow (A \supset B) \supset B$. Um das Konsequens B abzuleiten, benötigen wir neben der Prämisse A unbedingt auch das Antezedens $(A \supset B)$. Diese Unterscheidung ist der Schlüssel für unsere neue Definition der Folgerung.

3. Aussagenlogische Folgerung: eine vorläufige Definition

Das Ziel der folgenden Abschnitte ist es, eine Definition der umgangssprachlichen logischen Folgerung zu entwickeln. Diese nennt die Bedingungen, unter denen eine umgangssprachliche Konklusion aus umgangssprachlichen Prämissen ohne Modalausdrücke folgt. Da wir Argumente ohne Informationstransfer ausschließen wollen, sollen Argumente mit den logischen Formen (a) bis (h) herausgefiltert werden, ohne dabei alle Argumente auszuschließen, in deren Konklusion eine neue Aussage vorkommt. Argumente der Form $A \Rightarrow (A \supset B) \supset B$ etwa sollten unter diese Definition ebenso fallen wie die Instanzen der Disjunktions-Einführung. Schließlich sollte mit möglichst einfachen formalen Verfahren genau feststellbar sein, ob eine Argumentform unter diese Definition fällt.

Wir schließen uns der verbreiteten Auffassung an, nach der ein umgangssprachliches Argument aus mehreren umgangssprachlichen Aussagen besteht, und zwar aus einer oder mehreren Prämissen und einer Konklusion, verbunden mit dem Hinweis, dass die Konklusion aus den Prämissen folgt oder die Konklusion durch die Prämissen begründet wird (Hitchcock 2007, S. 106-108; vgl. Grice 1991, S. 25 f.). Dieses Verständnis des Begriffs „Argument" schließt Argumente ohne Prämissen aus. Ebenso schließt es Folgerungen auf eine Menge mehrerer Konklusionen aus. Es gibt zwar Argumente mit mehreren Konklusionen; hier liegen jedoch unserer Auffassung nach mehrere Folgerungen vor. Die in diesem Abschnitt behandelte aussagenlogische Folgerung eines umgangssprachlichen Arguments, kurz: umgangssprachliche aussagenlogische Folgerung, ist also eine zweistellige Beziehung zwischen einer Menge umgangssprachlicher Prämissen und genau einer umgangssprachlichen Konklusion (deshalb sprechen wir auch von der Folgebeziehung).

Zunächst geben wir eine vorläufige Definition der umgangssprachlichen aussagenlogischen Folgerung. Sie filtert die folgenden vier Argumentformen heraus:

(a) $A \,\&\, \neg A \Rightarrow B$

(b) $\neg A \Rightarrow A \supset B$

(e) $A \Rightarrow B \vee \neg B$

(f) $A \Rightarrow B \supset A$

Um (b) und (f) herauszufiltern, unterscheiden wir in Konklusionen, deren Hauptoperator ein Konditional ist, zwischen dem Antezedens und dem Konsequens und behandeln das Antezedens ähnlich wie eine Prämisse. Zu diesem Zweck verwenden wir in unserer Definition $\alpha 1, \ldots, \alpha m$ als Platzhalter für logische Formen der Prämissen und $\alpha_{m+1} \supset (\ldots \supset (\alpha_{m+n} \supset \beta) \ldots)$ mit m ≥ 1 und n ≥ 0 als Platzhalter für eine logische Form der Konklusion. Dabei ist β eine Teilformel, deren Hauptoperator kein Konditional ist; dies kann auch eine Teilformel sein, in der kein Operator vorkommt. Wenn der Hauptoperator der Konklusion kein Konditional ist (oder in der Konklusion kein Operator vorkommt), fällt die Konklusion mit β zusammen und wir können $\alpha_{m+1}, \ldots, \alpha_{m+n}$ ignorieren. Wenn hingegen der Hauptoperator der Konklusion ein Konditional ist, so behandeln wir das Antezedens $\alpha m{+}1$ ähnlich wie eine Prämisse. Mehr noch: Ist der Hauptoperator des Konsequens ebenfalls ein Konditional, dann behandeln wir auch das Antezedens des Konsequens α_{m+2} ähnlich wie eine Prämisse usw.

Die vorläufige Definition der umgangssprachlichen aussagenlogischen Folgerung nennt drei notwendige, zusammen nicht hinreichende Bedingungen einer umgangssprachlichen aussagenlogischen Folgerung. Die Bedingungen sind mit semantischen Begriffen formuliert; wir werden sie später auch mit syntaktischen Begriffen formulieren. Die endgültige Definition geben wir im nächsten Abschnitt, wo wir die Bedingungen (2) und (3) verschärfen.

> Seien $\alpha_1, \ldots, \alpha m$ Platzhalter für logische Formen der Prämissen, und sei $\alpha m+1 \supset (\ldots \supset (\alpha m+n \supset \beta) \ldots)$ mit m ≥ 1 und n ≥ 0 ein Platzhalter für eine logische Form der Konklusion, wobei β eine Teilformel sei, deren Hauptoperator kein Konditional ist. Eine umgangssprachliche Konklusion folgt aussagenlogisch aus umgangssprachlichen Prämissen nur dann, wenn mindestens eine aussagenlogische Form der Prämissen und mindestens eine aussagenlogische Form der Konklusion den folgenden Bedingungen genügen:
>
> (1) Jede Interpretation, die allen Formeln der Menge $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\}$ den Wahrheitswert *wahr* zuweist, weist auch der Formel $\alpha_{m+1} \supset (\ldots \supset (\alpha_{m+n} \supset \beta) \ldots)$ den Wahrheitswert *wahr* zu.
>
> (2) Die Formel $\alpha 1 \ \& \ldots \& \ \alpha m+n$ ist erfüllbar.
>
> (3) Zu jeder echten Teilmenge Γ‘ der Menge $\Gamma = \{\alpha_1 \ \& \ldots \& \ \alpha_m, \alpha_{m+1}, \ldots, \alpha_{m+n}\}$ gibt es jeweils mindestens eine Interpretation, die allen Formeln der Teilmenge Γ‘ den Wahrheitswert *wahr* und der Formel β den Wahrheitswert *falsch* zuweist.

Wir betrachten nun anhand verschiedener Beispiele, wie diese Definition anzuwenden ist. Dabei folgen wir den meisten Filterlogikern und verwenden die klassische Logik als Grundlage unserer Filterlogik. Die obige Definition würde es aber auch erlauben, einen nichtklassischen Interpretationsbegriff zugrunde zu legen. So könnte man wie Tennant die drei Zusatzbedingungen auf intuitionistisch gültige Argumentformen anwenden.

Bedingung (1) macht die Mindestvoraussetzung, dass das Argument logisch gültig sein muss. Nach Bedingung (2) müssen die Prämissen $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ und die Antezedenzien der Konklusion